MEGOLDÁSOK

5. OSZTÁLY

1. FELADAT (6 PONT)

A könyvárusításon egy 535 Ft-ba kerülő matematika könyvet vásárolunk. Egy 1000 Ft-os bankjeggyel fizetünk.

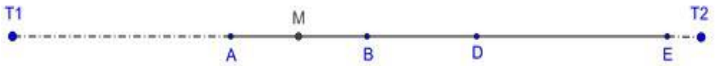
***a)* Legalább hány pénzérmét kapunk vissza?**
***b)* Legfeljebb hány pénzérmét kaphatunk vissza?**
(Jelenleg 5, 10, 20, 50, 100 és 200 Ft-os pénzérmék vannak forgalomban.)

$1000 - 535 = 465$ Ft-ot kapunk vissza.
a) $465 = 2 \cdot 200 + 1 \cdot 50 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 5$, ezért **legalább 5 db** pénzérmét kapunk vissza.
b) $465 : 5 = 93$, ezért **legfeljebb 93 db** pénzérmét kaphatunk vissza.

2. FELADAT (6 PONT)

Anna, Bianka, Dóri és Eszter ül ilyen sorrendben a Duna parton egy egyenes mentén. Anna és Bianka 10 méterre, Bianka és Dóri 8 méterre, Dóri és Eszter 16 méterre ül egymástól.
Anna és Bianka közé, pont középre leül Maja. Majd megérkezik Tamás, aki úgy ül le, hogy Biankától kétszer olyan távol lesz, mint Maja Dóritól.
Milyen messze lehet Tamás Annától?

M(aja) és D(óri) távolsága $(10 : 2) + 8 = 13$ méter,
tehát T(amás) és B(ianka) távolsága $2 \cdot 13 = 26$ méter,
így T(amás) és A(nna) távolsága kétféle lehet:
$26 - 10 =$ **16 méter** (T1),
vagy $26 + 10 =$ **36 méter** (T2).



3. FELADAT (6 PONT)

A mai versenyre a 8.a osztály tanulói szendvicseket készítenek. Minden szendvicsbe 4 dkg szalámit, 3 dkg sajtot és 2 dkg uborkát tesznek.
Hány szendvics készíthető összesen, ha 15 kg szalámijuk, 11 kg sajtjuk és 9 kg uborkájuk van?

15 kg = 1500 dkg, 11 kg = 1100 dkg, 9 kg = 900 dkg.
$1500 : 4 = 375$ db;
$1100 : 3 = 366$ db (és marad 2 dkg);
$900 : 2 = 450$ db.
Tehát **366 db** szendvics készíthető.

4. FELADAT (6 PONT)

Leírjuk növekvő sorrendben azokat a pozitív egész számokat, amelyekben a számjegyek összszege 16.

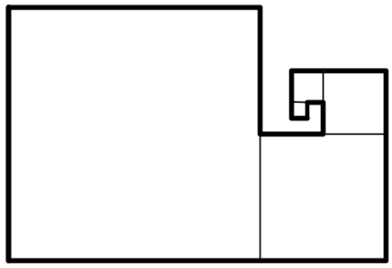
***a)* Hány kétjegyű számot írunk le?**
***b)* Melyik lesz az ötödik legkisebb szám?**
***c)* Melyik lesz a huszonötödik legkisebb szám?**

a) A megfelelő kétjegyű számok: 79, 88, 97.
Tehát **három** kétjegyű számot írunk le.

b) A következő számok: 169, 178.
Tehát a **178** az ötödik legkisebb.

c) Ezután következnek: 187, 196 (2 db);
259, 268, 277, 286, 295 (5 db);
349, 358, 367, 376, 385, 394 (6 db);
439, 448, 457, 466, 475, 484, 493 (7 db).
Összesen 3 + (2 + 2) + 5 + 6 + 7 = 25.
Tehát a huszonötödik legkisebb ilyen szám a **493**.

5. FELADAT (6 PONT)



Öt négyzetből az ábra szerint egy csigát készítettünk. Két szomszédos négyzet közül a kisebb négyzet oldala fele a nagyobb négyzet oldalának. Az ábrán lévő legkisebb négyzet oldala 3 cm.

***a)* Mekkora a legnagyobb négyzet oldala?**
***b)* Mekkora a csiga kerülete (a vastagon jelzett vonal hossza)?**

a) Az oldalak rendre: 3 cm, 6 cm, 12 cm, 24 cm, 48 cm.
Tehát a legnagyobb négyzet oldala **48 cm**.

b) A kerület: $3 \cdot 48 + 2 \cdot 24 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 6 + (3 + 1) \cdot 3 + 6 + 12 + 24 =$
$= 3 \cdot (48 + 24 + 12 + 6 + 3) + 3 = 3 \cdot 93 + 3 = 282$.
Tehát a csiga kerülete **282 cm**.

6. FELADAT (8 PONT)

A 25. Amfiteátrum Kupa ünneplésére az összes 2-es és 5-ös számjegyet elhasználtuk, így a gyerekek sorszámozásakor kihagyjuk az összes olyan számot, amely 2-es vagy 5-ös számjegyet tartalmaz.

***a)* Hány gyerek vesz részt a sakkprogramon, ha az ilyen módon az utolsó sorszáma a 18-as?**
***b)* Hány gyerek vesz részt a robotépítésen, ha az utolsó sorszáma a 37-es?**
***c)* Mi lesz az utolsó gyerek sorszáma, ha 18 diák vesz részt a kézműves programon?**
***d)* Hány ötödik osztályos diák versenyzett, ha az utolsó sorszáma a 380-as volt?**

a) A sorszámok rendre: 1; 3; 4; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 13; 14; 16; 17; 18.
Ez összesen 14, tehát **14** gyerek sakkozott.
Vagy: Nem „jó” sorszám a 2; 5; 12; 15, ezért 18 – 4 = **14** gyerek sakkozott.

b) Nem „jó” sorszám: 2; 5; 12; 15; 32; 35 (ez 6 db),
valamint a 2-vel kezdődő sorszámok (20-29), melyekből 10 db van,
így 37 – 16 = **21** gyerek volt a robotépítésen.

c) Egyjegyű „jó” sorszám 7 db van,
1-gyel kezdődő kétjegyű „jó” sorszám 8 db van.
7 + 8 = 15,
így van még 3 diák, az ő sorszámuk már 3-mal kezdődik, mégpedig: 30; 31; 33.
Tehát **33** volt a kézműves foglalkozáson résztvevő utolsó gyerek sorszáma.

d) Egyjegyű „jó” sorszám 7 db van,
1, 3, 4, 6, 7, 8, 9 számjegyekkel kezdődő kétjegyű „jó” sorszám 8-8 db van,
ez összesen $7 + 7 \cdot 8 = 63$ db.
1-gyel kezdődő háromjegyű „jó” sorszám 64 db van (a 100 is),
3-mal kezdődő háromjegyű „ jó” sorszám $(1 + 7) + 5 \cdot 8 + 1 = 49$ db van.
63 + 64 + 49 = 176.
Tehát **176** ötödik osztályos diák versenyzett.

ÖSSZESEN: 38 pont

MEGOLDÁSOK

6. OSZTÁLY

1. FELADAT (6 PONT)

Egy „csalafinta négyzetben” minden sorban, minden oszlopban és mindkét átlóban a középső szám a másik kettő átlaga (azaz a másik kettő összegének a fele).
Töltsd ki az ábrán látható „csalafinta négyzetet”!

		11
20	18	

10	8	6
15	13	**11**
20	**18**	16

2. FELADAT (6 PONT)

A könyvárusításon egy 1605 Ft-ba kerülő matematika könyvet vásárolunk. 2000 Ft-os bankjeggyel fizetünk.

***a)* Legalább hány pénzérmét kapunk vissza?**
***b)* Legfeljebb hány pénzérmét kaphatunk vissza?**
(Jelenleg 5, 10, 20, 50, 100 és 200 Ft-os pénzérmék vannak forgalomban.)

$2000 - 1605 = 395$ Ft-ot kapunk vissza.
a) $395 = 1 \cdot 200 + 1 \cdot 100 + 1 \cdot 50 + 2 \cdot 20 + 1 \cdot 5$, ezért **legalább 6 db** pénzérmét kapunk vissza.
b) $395 : 5 = 79$, ezért **legfeljebb 79 db** pénzérmét kaphatunk vissza.

3. FELADAT (6 PONT)

$25 = 5 \cdot 5$. Ezt úgy mondjuk, hogy az 5-nek a négyzete 25.
Egy számsorozatban az egyik számból úgy képezzük a következőt, hogy a számjegyeinek kiszámítjuk a négyzetét, majd ezeket összeadjuk. (Így például a 32 után $3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 13$ következik.)
Legyen a számsorozatban az első szám a 16.

***a)* Írd fel a sorozat első 12 elemét!**
***b)* Határozd meg a sorozat 200-adik elemét!**
***c)* Számítsd ki a számsorozat első 25 tagjának az összegét!**

a) Az első 12 elem: **16**; **37**; **58**; **89**; **145**; **42**; **20**; **4**; **16**; **37**; **58**; **89**.

b) Nyolcasával ismétlődnek a számsorozat tagjai.
$200 : 8 = 25$,
ezért a nyolcas ciklus utolsó tagja, azaz **4** lesz a kétszázadik elem.

c) $25 = 1 + 3 \cdot 8$
$16 + 37 + 58 + 89 + 145 + 42 + 20 + 4 = 411$
$3 \cdot 411 + 16 = 1249$
Tehát **1249** az összeg.

4. FELADAT (6 PONT)

A Fülemüle utcában lévő diófáról Pali, a pele minden reggel, délben és este 4-4 diót vitt el. Tudjuk, hogy a fán kevesebb, mint 1000 dió volt nyár elején.

***a)* Legfeljebb hány dió lehetett a fán, mielőtt Pali elkezdte gyűjtögetni a diókat, ha az utolsó napra már csak egy dió maradt?**

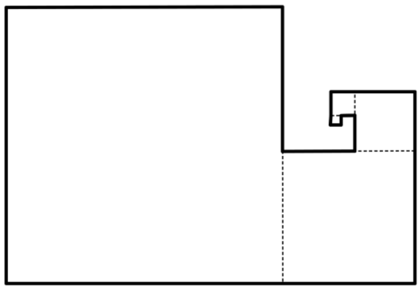
***b)* Június 25-én reggel vitt először diót a pele. Melyik napon vihetett utoljára?**

a) Egy nap 12 diót vitt el a pele.
$1000 : 12 = 83$ és maradt 4,
ezért legfeljebb $83 \cdot 12 + 1 =$ **997 db** dió lehetett a fán nyár elején

b) Összesen $83 + 1 = 84$ nap tudott diót szedni a pele.
Júniusban 6 napon tudott diót vinni, júliusban és augusztusban 31-31 napon, ez eddig összesen 68 nap.
$84 - 68 = 16$.
Tehát **szeptember 16-án** tudott utoljára diót szedni a pele.

5. FELADAT (6 PONT)

Öt négyzetből az ábra szerint egy csigát készítettünk. Két szomszédos négyzet közül a kisebb négyzet oldala a nagyobb négyzet oldalának felénél 1 cm-rel rövidebb. A legkisebb négyzet oldala 1 cm.



***a)* Mekkora a második legkisebb négyzet oldala?**
***b)* Mekkora a legnagyobb négyzet oldala?**
***c)* Mekkora a csiga kerülete (a vastagon jelzett vonal hossza)?**

a) A második legkisebb négyzet oldala $(1 + 1) \cdot 2 =$ **4 cm**.

b) Az oldalak hossza rendre: 1 cm, 4 cm, $(4 + 1) \cdot 2 = 10$ cm, $(10 + 1) \cdot 2 = 22$ cm, $(22 + 1) \cdot 2 = 46$ cm.
Tehát a legnagyobb négyzet oldala **46 cm**.

c) A kerület: $3 \cdot 46 + 2 \cdot 22 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 + (4 - 1) + (10 - 4) + (22 - 10) + (46 - 22) =$
$= 138 + 44 + 20 + 8 + 3 + 3 + 6 + 12 + 24 = 258$
Tehát a csiga kerülete **258 cm**.

6. FELADAT (8 PONT)

Olyan számokat keresünk, amelyben szerepel a „2018" számjegysorozat. (Például egy ilyen hétjegyű szám a 32018**51, de a 6**2301**98 nem megfelelő.)**

***a)* Melyik a két legkisebb ilyen ötjegyű szám?**
***b)* Összesen hány ilyen ötjegyű szám van?**
***c)* Összesen hány ilyen hatjegyű szám van?**

a) **12018, 20180**

b) _2018 vagy 2018_ típusú lehet a szám
Az első esetben az első helyre 9-féle számjegy (1, 2, 3, …, 8, 9) kerülhet, ez 9 db.
A második esetben az ötödik helyre 10-féle számjegy (0, 1, 2, …, 8, 9) kerülhet ez 10 db.
Tehát összesen $9 + 10 =$ **19 db** ilyen ötjegyű szám van.

c) _ _ 2018 vagy _ 2018 _ vagy 2018 _ _ típusú lehet a szám.
Az első esetben az első helyre 9-féle, a második helyre 10-féle számjegy kerülhet, ez $9 \cdot 10 = 90$ db.
A második esetben az első helyre 9-féle, az utolsó helyre 10-féle számjegy kerülhet, ez $9 \cdot 10 = 90$ db.
A harmadik esetben az ötödik és a hatodik helyre is 10-10 féle számjegy kerülhet, ez $10 \cdot 10 = 100$ db.
Tehát összesen $90 + 90 + 100 =$ **280 db** kívánt tulajdonságú hatjegyű szám van.

ÖSSZESEN: 38 pont