# MEGOLDÁSOK

## 5. OSZTÁLY

**1. FELADAT (6 PONT)**

**A XXXII. nyári olimpiai játékok nyitóünnepsége Tokióban 20 órakor kezdődött. Ekkor Budapesten 13 óra volt.**

***a)* Hány óra volt Tokióban, amikor Budapesten hajnali 5 óra volt?**
***b)* Hány óra volt Budapesten, amikor Tokióban 10 óra 40 perc volt?**
***c)* Hány óra volt Tokióban, amikor Budapesten 21 óra 28 perc volt?**

Az időeltolódás 7 óra, ezért:
*a)* **12 óra**
*b)* **3 óra 40 perc**
*c)* **4 óra 28 perc**

**2. FELADAT (6 PONT)**

**Az ábrán látható 4×4-es táblázat üresen hagyott mezőibe helyezzük el a 0, 1, 2 számjegyek valamelyikét úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban 5 legyen a számok összege!**
**Keress öt különböző megoldást!**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | | | |
| 2 | | | |
| 1 | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 2 | 1 |
| 2 | 2 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 2 |
| 1 | 2 | 1 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 2 | 0 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 0 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 2 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 0 |
| 1 | 2 | 0 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 2 |
| 1 | 2 | 2 | 0 |

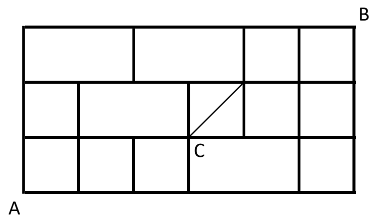
**3. FELADAT (6 PONT)**

**Virág felírt a táblára néhány egymást követő pozitív egész számot.**
**Ezután Míra összeadta a Virág által felírt számokat, és ezt az összeget is felírta a táblára.**
**Végül Sebi összeadta a táblán lévő összes számot, és eredményül 84-et kapott.**

***a)* Mi volt a Míra által felírt szám?**
***b)* Mely számokat írhatta fel Virág a táblára?**

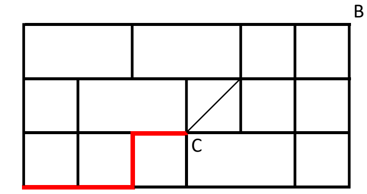
*a)* 84 fele, azaz **42**
*b)* **13, 14, 15** vagy **9, 10, 11, 12** vagy **3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**

**4. FELADAT (7 PONT)**



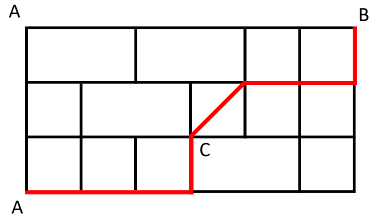

**Egy város úthálózatának méretarányos képe látható az ábrán. Az utak észak-dél vagy kelet-nyugat irányúak, kivéve egy átlós utat.**

***a)*** **Rajzolj le egy *A*-ból *C*-be menő legrövidebb utat!**
***b)*** **Hány különböző legrövidebb úton tudunk *A*-ból eljutni a *C* pontba?**
***c)*** **Az *A* pontból a *B* pontba szeretnénk a lehető legrövidebb útvonalon eljutni. Rajzolj le egy ilyen utat az ábrára!**
***d)*** **Hány különböző legrövidebb útvonal van *A* és *B* között?**




*a)* egy lehetséges legrövidebb út

*b)* **4** útvonalon




*c)* egy lehetséges legrövidebb út (az átlós útnak benne kell lennie)

*d)* $(4 \cdot 3 =)$ **12** útvonal

**5. FELADAT (7 PONT)**

**Szili tanárnő kirándulni vitte a gimnázium néhány lelkes diákját Aggtelekre. Minden résztvevő diákot megkérdezett, hogy hány osztálytársa van itt. Négy diák mondta, hogy 3 osztálytársa, hat diák mondta, hogy 2, nyolc diák pedig azt mondta, hogy 1. Minden diáknak ott volt az osztályfőnöke is. Szili tanárnő nem osztályfőnök, s más tanár nem volt ott.**

***a)*** **Hány diák vett részt a kiránduláson?**
***b)*** **Hány tanár volt a kiránduláson?**

*a)* $4 + 6 + 8 =$ **18 diák** vett részt a kiránduláson.
*b)* Ha egy diáknak 3 osztálytársa jelen van, akkor abból az osztályból négyen vannak. Tehát egy osztályba járnak.
Ha egy diáknak 2 osztálytársa jelen van, akkor abból az osztályból hárman vannak, tehát a hat diák 2 osztályból van.
Ha egy diáknak 1 osztálytársa jelen van, akkor abból az osztályból ketten vannak, tehát a nyolc diák 4 osztályból van.
Így a diákok $1 + 2 + 4 = 7$ osztályból vannak, ezért $7 + 1 =$ **8 tanár** volt a kiránduláson.

**6. FELADAT (6 PONT)**

**Valamilyen sorrendben egymás után leírjuk az első öt pozitív egész számot úgy, hogy az első három szám összege megegyezik az utolsó három szám összegével.**

***a)*** **Írj fel legalább három ilyen sorrendet!**
***b)*** **Van-e olyan szám, amely semmiképpen nem állhat középen?**

*a)* **2 5 1 3 4** $\underbrace{2+5+1}_{8}\ \underbrace{1+3+4}_{8}$
**1 5 3 2 4**
**1 4 5 2 3**
(Az első két szám, illetve az utolsó két szám egymás között és egymással is felcserélhető, így 24-féle sorrend lehetséges.)
*b)* **Páros szám nem állhat középen**, mert $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, a középső szám szerepel mindkét összegben, tehát a 15-höz páratlan számot kell hozzáadni, hogy két egyenlő részre lehessen osztani. Tehát a 2, illetve a 4 nem állhat középen.

**ÖSSZESEN: 38 pont**

# MEGOLDÁSOK

## 6. OSZTÁLY

**1. FELADAT (4 PONT)**

**Egy egyenes út egyik oldalán 50 hársfát ültettek el egyenlő távolságra. A hatodik és a huszadik fa távolsága 210 méter.**

***a)* Mekkora két szomszédos hársfa távolsága?**
***b)* Milyen hosszú a hársfasor?**

*a)* A hatodik és a huszadik fa között 14 „faköz” van,
ezért $210:14=$ **15 méter** két szomszédos fa távolsága.
*b)* 50 hársfa esetén 49 „faköz” van,
ezért $49\cdot 15=$ **735 méter** hosszú a hársfasor.

**2. FELADAT (7 PONT)**

**A 2021 számban a számjegyek összege 5.**

***a)* Melyik a legkisebb négyjegyű szám, ahol szintén 5 a számjegyek összege?**
***b)* Ha növekvő sorrendben leírjuk az összes olyan négyjegyű számot, amelyben szintén 5 a számjegyek összege, akkor (I) melyik lesz a sorban a hatodik?**
**(II) hányadik lesz ebben a sorban a 2021?**

*a)* **1004**
*b)* (I) A számok így következnek: 1004, 1013, 1022, 1031, 1040, 1103.
Tehát a hatodik az **1103**.
(II) A folytatásban: 1112, 1121, 1130, 1202, 1211, 1220, 1301, 1310, 1400, 2003, 2012, 2021.
Tehát a 2021 a **18.** ebben a sorban.

**3. FELADAT (6 PONT)**

**A mellékelt ábra kilenc mezőjébe írjuk be a SPECMATEK szót úgy, hogy minden mezőbe egy betűt írunk, az egymást követő betűk oldallal szomszédos mezőbe kerülnek, és a kezdő S betű pedig a bal felső sarokban van! Keress minél több megoldást!**

| | | |
|---|---|---|
| S | | |
| | | |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | C | M |
| P | E | **A** |
| K | E | T |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | A | T |
| P | M | **E** |
| E | C | K |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | E | T |
| P | K | **A** |
| E | C | M |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | E | K |
| P | T | **A** |
| E | C | M |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | P | E |
| E | K | **C** |
| T | A | M |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | P | E |
| E | T | **C** |
| K | A | M |

| | | |
|---|---|---|
| **S** | P | E |
| A | M | **C** |
| T | E | K |

| | | |
|---|---|---|
| ***S*** | P | K |
| C | E | **E** |
| M | A | T |

**4. FELADAT (6 PONT)**

**Valamilyen sorrendben egymás után leírjuk az első hét pozitív egész számot úgy, hogy az első négy szám összege megegyezik az utolsó négy szám összegével.**

***a)*** **Írj fel legalább három ilyen sorrendet!**

***b)*** **Van-e olyan szám, amely semmiképpen nem állhat a középső helyen?**

*a)* **1 5 7 2 3 4 6** $\underbrace{1+5+7+2}_{15}\underbrace{2+3+4+6}_{15}$

**1 5 6 4 2 3 7**

**1 3 7 6 2 4 5**

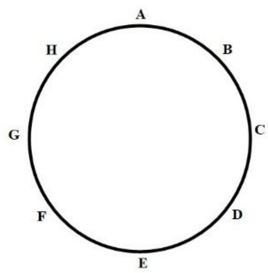
(Az első három szám, illetve az utolsó három szám egymás között és egymással is felcserélhető, így $6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 3 = 216$-féle sorrend lehetséges.)

*b)* **Páratlan szám nem állhat középen**, mert $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$, a középső szám szerepel minkét összegben, tehát a 28-hoz páros számot kell hozzáadni, hogy két egyenlő részre lehessen osztani.

Tehát **1, 3, 5** vagy **7** nem állhat középen.

**5. FELADAT (7 PONT)**

**Nyolc gyerek – Anna, Boti, Cili, Dani, Emese, Franciska, Gergő és Hajni – labdázik az udvaron körben állva az ábra szerint. A labda kezdetben Daninál van. A következő szabály szerint játszanak: Dani a szemben lévőnek dobja, aki a balra mellette lévőnek dobja, ő megint a szemben lévőnek, aki a balra mellette lévőnek, s így tovább.**




***a)*** **Kinél lesz a labda az ötödik dobás után?**

***b)*** **Hányadik dobás után kerül vissza Danihoz?**

***c)*** **Kinél lesz a labda 100 dobás után?**

*a)* Az ötödik dobás után **Botinál** lesz a labda (a labda útja: D→H→A→E→F→B).

*b)* A **9. dobás után** kerül vissza a labda D-hez (a labda útja: D→H→A→E→F→B→C→G→H→D).

*c)* 16 dobás után áll vissza a kiindulási helyzet (mert D→H→A→E→F→B→C→G→H→D→E→A →B→F→G→C→D, s most dobja újra a szemben lévőnek).

$100 = 16 \cdot 6 + 4$, ezért **Franciskánál** lesz a labda 100 dobás után.

**6. FELADAT (8 PONT)**

**Egy táblára felírunk három pozitív egész számot. Ezután az egyik számot letöröljük, és helyette a megmaradt két szám összegénél eggyel kisebb számot írjuk fel.**

***Például ha (2; 3; 5) volt a három szám, akkor helyette írhatjuk a (7; 3; 5)-öt, vagy a (2; 6; 5)-öt, vagy a (2; 3; 4)-et.***

**Néhány lépés után ezt látjuk a táblán: (11; 19; 29). Lehetett-e a kiindulási három szám:**

**a) (1; 1; 1)?**

**b) (3; 3; 3)?**

**c) (4; 4; 4)?**

*a)* Nem lehet, mert (1; 1; 1) minden változtatás után ugyanez marad.

*b)* Lehet, például: (3; 3; 3)→(3; 3; 5)→(7; 3; 5)→(7; 3; 9)→(11; 3; 9)→(11; 19; 9)→(11; 19; 29).

*c)* Nem lehet, mert minden lépés után marad két páros szám a három közül.

Ha két párost választunk, akkor a harmadik páratlan lesz, így két páros és egy páratlan marad, ha egy párost és egy páratlant veszünk, akkor a harmadik marad páros, s paritás szempontjából ez már nem változik. Így mindig lesz a második lépés után a három szám között két páros.

**ÖSSZESEN: 38 pont**