MEGOLDÁSOK

5. OSZTÁLY

1. FELADAT (4 PONT)

Van 7 darab egyliteres üvegünk. Közülük 2 darab üres, 3 darab félig van megtöltve, a többi pedig tele van limonádéval. Hány deciliter limonádénk van összesen?

3 fél üveg = 1,5 üveg = 1,5 liter
7 – 2 – 3 = 2 egész üveg = 2 liter
Összesen 3,5 liter = **35 deciliter**

2. FELADAT (6 PONT)

Van 30 darab kívülről teljesen egyforma csomagunk. Minden csomagban egy pár cipő vagy egy táska van. A csomagok közül 6-ban fehér táska, 7-ben kék táska, 8-ban fehér cipő és 9-ben kék cipő van.

a) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük olyan, amiben cipő van?
b) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük olyan, amiben fehér cipő van?
c) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük két azonos tartalmú (ugyanolyan a tárgy és ugyanolyan a színe is) csomag?
d) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyenek közöttük olyanok, amelyekben egyforma színű táska és cipő van?

a) Legrosszabb eset, ha minden „táskás” csomagot kivettünk, ez 6 + 7 = 13 csomag. Ezért **14 csomag** választása esetén biztosan van közöttük legalább egy, amiben cipő van.
b) Legrosszabb eset, ha minden „táskás” csomagot és az összes „kék cipős” csomagot kivettük, azaz 6 + 7 + 9 = 22. Ezért **23 csomag** kiválasztása esetén biztosan van közöttük legalább egy, amiben fehér cipő van.
c) Legrosszabb eset, ha minden fajta csomagból egyet-egyet választunk, ez 4 csomag. Ezért **5 csomag** kiválasztása esetén biztosan van közöttük legalább két azonos tartalmú csomag.
d) A legrosszabb esetek a következők:

fehér táska	fehér cipő	fehér táska	fehér cipő
kék táska	kék cipő	kék cipő	kék táska
6+7=13	8+9=17	6+9=15	8+7=15

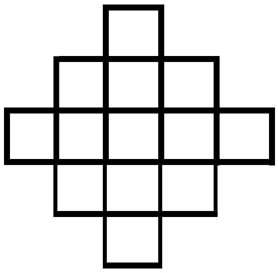
Ha ezek közül bármelyik előfordul, és utána még egy csomagot választunk, akkor már biztosan lesz egyforma színű táska és cipő. Legrosszabb esetben 17 + 1 = **18 csomag** kiválasztása esetén biztosan lesz legalább két olyan csomag, amiben egyforma színű táska és cipő van.

3. FELADAT (7 PONT)

Egy 5×5-ös négyzetrácsnak az ábrán látható egy részlete. Tekintsük azokat a négyzeteket, amelyek oldalai a kis négyzetek oldalaiból állnak.

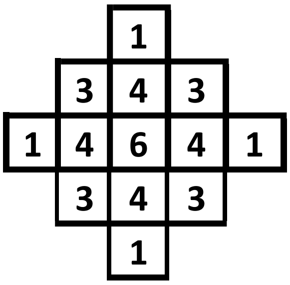
a) Összesen hány darab 1×1-es, hány 2×2-es és hány 3×3-as négyzet található az ábrán?

b) Mindegyik kis négyzetnél megszámoljuk, hogy összesen hány négyzetben van benne az ábrán látható négyzetek közül. Írd be mindegyik kis négyzetbe ezt a számot!



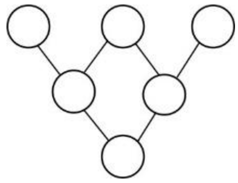
a) 1×1-es **13 db**, 2×2-es **4 db**, 3×3-as **1 db**

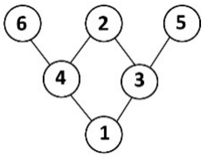
b)

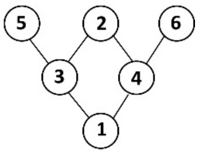


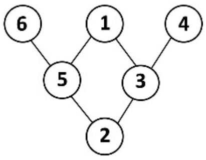
4. FELADAT (6 PONT)

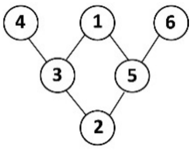
A mellékelt ábrán lévő körökbe írjuk be a számokat 1-től 6-ig úgy, hogy minden körbe a felette lévő két körben lévő számok különbsége kerüljön (mindig a nagyobb számból vonjuk ki a kisebbet)! Keress három megoldást: az egyiken 1, a másikon 2, a harmadikon 3 szerepeljen a legalsó körben!

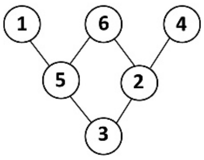


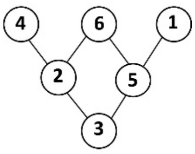


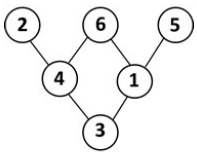


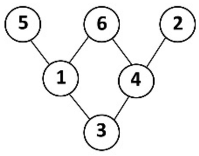










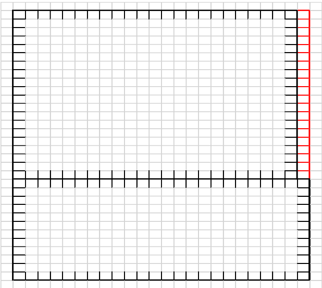


5. FELADAT (7 PONT)

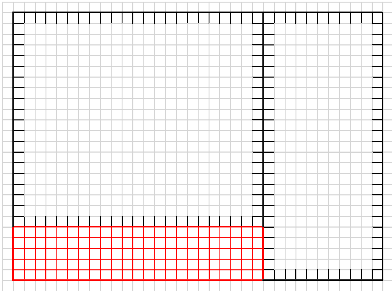
Egy nagy téglalapot három kisebb téglalapra daraboltunk. Az egyik téglalap 20 cm × 23 cm, a másik pedig 11 cm × 24 cm méretű. Mekkora lehet a harmadik téglalap mérete? Keress minél több megoldást!

A következő darabolások lehetnek (a pirossal jelölt a harmadik téglalap):

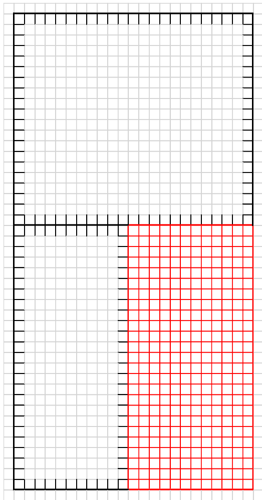
(1)



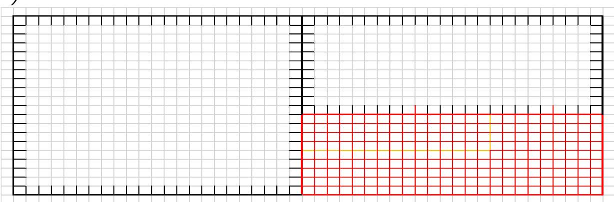
(2)



(3)



(4)



A keresett téglalapok méretei:
(1) **1 cm × 20 cm**, (2) **4 cm × 23 cm**, (3) **12 cm × 24 cm**, (4) **9 cm × 24 cm**.

6. FELADAT (8 PONT)

Kilenc korongunk van, 1-től 9-ig megszámozva. Zsófi elvett egy korongot, és azt vette észre, hogy a maradék nyolc korongot három csoportra tudta úgy osztani, hogy minden csoportban ugyanannyi legyen a korongokon lévő számok összege.

a) Melyik korongokat vehette el Zsófi?

b) Ádám nem akart hinni Zsófinak. Keress minél több megfelelő csoportosítást, amellyel meggyőzheted Ádámot!

a) 1 + 2 + 3 + … + 9 = 45, ami osztható 3-mal, ezért az elvett korongon lévő szám is osztható 3-mal. Ezért a következő korongokat vehette el Zsófi: **3-as, 6-os, 9-es**.

b) I. eset: Ha a 3-as korongot vette el Zsófi, akkor a nyolc korongon lévő számok összege 42. Ezért az egyes csoportokban lévő korongokon lévő számok összege 42 : 3 = 14.
Ez a következő korongszétosztásokkal valósítható meg: (1) **9 + 5 = 8 + 6 = 7 + 1 + 2 + 4**; (2) **9 + 5 = 8 + 2 + 4 = 7 + 1 + 6**; (3) **9 + 1 + 4 = 8 + 6 = 7 + 2 + 5**.
II. eset: Ha a 6-os korongot vette el Zsófi, akkor a nyolc korongon lévő számok összege 39. Ezért az egyes csoportokban lévő korongokon lévő számok összege 39 : 3 = 13.
Ez a következő korongszétosztásokkal valósítható meg: (1) **9 + 4 = 8 + 5 = 7 + 1 + 2 + 3**; (2) **9 + 4 = 8 + 2 + 3 = 7 + 1 + 5**; (3) **9 + 1 + 3 = 8 + 5 = 7 + 2 + 4**.
III. eset: Ha a 9-es korongot vette el Zsófi, akkor a nyolc korongon lévő számok összege 36. Ezért az egyes csoportokban lévő korongokon lévő számok összege 36 : 3 = 12.
Ez a következő korongszétosztásokkal valósítható meg: (1) **8 + 4 = 7 + 5 = 6 + 1 + 2 + 3**; (2) **8 + 4 = 7 + 2 + 3 = 6 + 1 + 5**; (3) **8 + 1 + 3 = 7 + 5 = 6 + 2 + 4**.

ÖSSZESEN: 38 pont

MEGOLDÁSOK

6. OSZTÁLY

1. FELADAT (3 PONT)

Hányszor hat a hatszázhatvanhatból hatszor hat?

$(666 - 6 \cdot 6) : 6 = (666 - 36) : 6 = 630 : 6 = 105.$
Tehát **105**-ször 6.

2. FELADAT (5 PONT)

Csaba felírt egy kétjegyű számot, majd Zita a szám végére írt egy 5-ös számjegyet, a kapott háromjegyű számot elosztotta 7-tel, a hányados végére írt egy 0-t, majd a kapott számot megszorozta 6-tal, és az eredményből kivonta a 11 hétszeresét. Így eredményül 2023-at kapott. Melyik számot írta fel Csaba?

Visszafelé gondolkodunk: $2023 \to 2100 \to 350 \to 35 \to 245 \to 24$
Tehát Csaba által felírt szám: **24**.

3. FELADAT (7 PONT)

Matematika szakkörön Ildi néni minden jelenlévőnek adott 60 darab 1 cm élű kiskockát. Arra kérte őket, hogy az összes kapott kiskocka felhasználásával építsenek tömör, 60 cm3 térfogatú téglatesteket. Dóri azonnal épített egy 2 cm × 3 cm × 10 cm-es méretű téglatestet.

a) Mekkorák lehettek még a szakkörös gyerekek által épített téglatestek élei? Keress minél több lehetőséget!

b) Miután elkészültek, azt vették észre, hogy nem volt két egyforma téglatest. Legfeljebb hányan voltak a szakkörön?

a) 1 cm × 1 cm × 60 cm
1 cm × 2 cm × 30 cm
1 cm × 3 cm × 20 cm
1 cm × 4 cm × 15 cm
1 cm × 5 cm × 12 cm
1 cm × 6 cm × 10 cm
2 cm × 2 cm × 15 cm
2 cm × 3 cm × 10 cm (ez volt a példa)
2 cm × 5 cm × 6 cm
3 cm × 4 cm × 5 cm

b) **10 diák** volt legfeljebb a szakkörön.

4. FELADAT **(7** PONT**)**

Petra felírt egy természetes számot, majd megszorozta a tükörképével. (Például a 14 tükörképe a 41, a 125 tükörképe pedig az 521). Azt vette észre, hogy a szorzat 5-re végződik.

a) Sorolj fel minél több ilyen számot, ha a felírt szám és a tükörképe is kétjegyű!
b) Összesen hány ilyen kétjegyű szám van?
c) Összesen hány ilyen háromjegyű szám van?

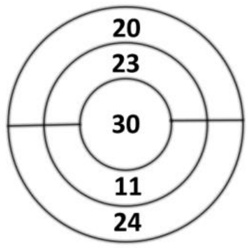
a) A szorzat akkor végződik 5-re, ha egy 5-re végződő számot páratlan számmal szorzunk. Tehát a szám 5-re végződik és a tízesek helyén páratlan szám van, vagy páratlan számra végződik és a tízesek helyén 5-ös számjegy kell, hogy legyen.
A keresett számok ezért: **15, 35, 55, 75, 95, 51, 53, 57, 59.**

b) **Kilenc** ilyen kétjegyű szám van.

c) Háromjegyű számoknál a szám 5-re végződik és a százasok helyén páratlan számjegy van, vagy fordítva. A tízesek helyén pedig bármely számjegy (0, 1, 2, …, 9) állhat.
(Az előző 9 szám mindegyikének a közepére beírhatjuk bármelyik számjegyet.)
Ezért $9 \cdot 10 =$ **90** ilyen háromjegyű szám van.

5. FELADAT **(7** PONT**)**

Az ábrán látható céltáblán az egyes tartományok az oda beírt pontszámot érik. Mely tartományokat találhatta el Ábel, ha összpontszáma 120 volt, és
a) négy találata volt?
b) öt találata volt?
c) hat találata volt?
Ahol lehet, keress több megoldást is!
(Egy tartományt többször is eltalálhat Ábel.)



a) **30 + 30 + 30 + 30** (más megoldás nem lehet, mert 30 a legnagyobb értékű tartomány)

b) **30 + 30 + 20 + 20 + 20** = **30 + 24 + 23 + 23 + 20** = **24 + 24 + 24 + 24 + 24**

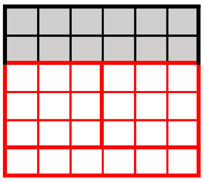
c) **30 + 24 + 24 + 20 + 11 + 11** = **23 + 23 + 23 + 20 + 20 + 11** = **20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20**

6. FELADAT (8 PONT)

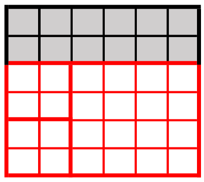
Egy négyzetrácsos lapra egy 2×6-os méretű téglalapot rajzolunk, majd a téglalaphoz két ugyanakkora négyzetet és egy téglalapot illesztünk úgy, hogy az oldalak rácsvonalak legyenek, és a négy alakzat együtt egy négyzetet alkosson (az alakzatok nem fedik egymást és nincs hézag sem).

Mekkora lehet a nagy négyzet oldala, és mekkorák lehetnek az eredeti téglalaphoz hozzáillesztett alakzatok oldalai? Keress minél több megoldást!

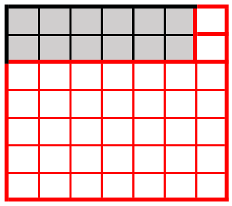
(1)



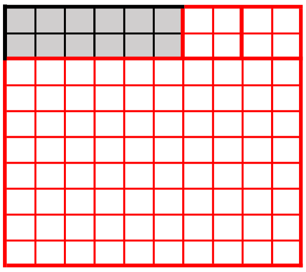
(2)



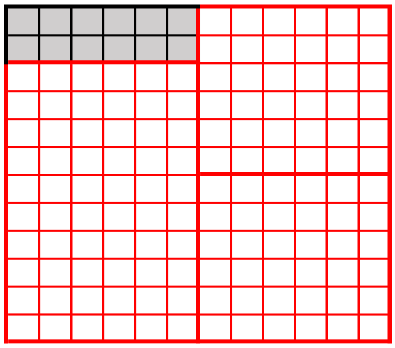
(3)



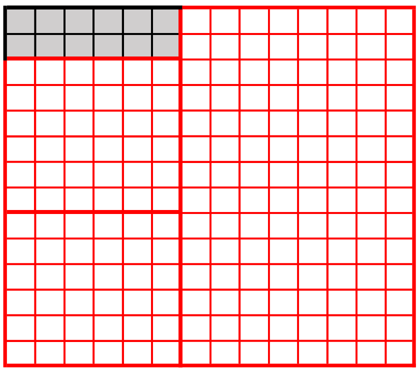
(4)



(5)



(6)



(A négyzetek és téglalapok elhelyezkedése az egyes esetekben más is lehet, de a méretek ugyanazok.)

A keresett alakzatok méretei:

(1) A nagy négyzet oldala **6**, az illesztett alakzatoké **3 × 3, 3 × 3, 1 × 6**.

(2) A nagy négyzet oldala **6**, az illesztett alakzatoké **2 × 2, 2 × 2, 4 × 4**.

(3) A nagy négyzet oldala **7**, az illesztett alakzatoké **1 × 1, 1 × 1, 5 × 7**.

(4) A nagy négyzet oldala **10**, az illesztett alakzatoké **2 × 2, 2 × 2, 8 × 10**.

(5) A nagy négyzet oldala **12**, az illesztett alakzatoké **6 × 6, 6 × 6, 6 × 10**.

(6) A nagy négyzet oldala **14**, az illesztett alakzatoké **6 × 6, 6 × 6, 8 × 14**.

ÖSSZESEN: 37 pont