MEGOLDÁSOK

5. OSZTÁLY

1. FELADAT

50 százas + 50 tízes + 50 egyes értéke 5550.
De mennyi 16 százas + 33 tízes + 96 egyes értéke?

1600 + 330 + 96 = **2026**

2. FELADAT

Bori nagymamája finom süteményt sütött, melyből Bori minden nap evett, de minden nap legfeljebb csak 5 darabot.

***a)* Egy hét alatt legfeljebb hány süteményt ehetett meg Bori?**
***b)* Minimum hány süteményt evett meg egy hét alatt Bori, ha tudjuk, hogy két egymás utáni napon soha nem evett ugyanannyi süteményt?**
***c)* Legalább hány süteményt ehetett meg Bori hétfőtől vasárnapig, ha tudjuk, hogy két egymás utáni napon soha nem evett ugyanannyi süteményt, és szerdán 5 süteményt evett?**

a) Egy hét 7 napból áll, ezért Bori legfeljebb $7 \cdot 5 =$ **35 db** süteményt ehetett meg.
b) Két egymás követő napon 1 és 2 süteményt ehet Bori.
Így a legkevesebb a megevett sütemények száma a hét 7 napján: 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1.
$4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 10$, tehát Bori minimum **10 db** süteményt evett meg egy hét alatt.
c) Legkevesebb süteményt akkor ehetett Bori, ha pl. a szerdát megelőző, illetve a szerdát követő napon (kedden és csütörtökön) 1-1 süteményt evett, a többi napon pedig felváltva 1, illetve 2 süteményt, tehát hétfőn, pénteken és vasárnap 2, szombaton pedig 1 süteményt. (Vagy hétfőn és kedden 1, ill. 2 süteményt, csütörtöktől vasárnapig kétszer 2 és kétszer 1 süteményt evett felváltva.)
Tehát a hét további hat napján háromszor 1 és háromszor 2 süteményt ehetett Bori.
$5 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 14$, tehát ebben az esetben Bori minimum **14 db** süteményt evett meg egy hét alatt.

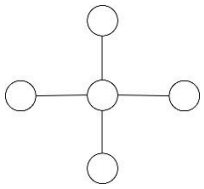
3. FELADAT

Egy kétjegyű számot *növekvő* számnak nevezünk, ha az egyes helyiértéken álló számjegy nagyobb, mint a tízes helyiértéken álló számjegy (például a 27 növekvő szám, de a 31 és a 44 nem az).

***a)* Sorold fel az 1-gyel kezdődő, kétjegyű *növekvő* számokat!**
***b)* Hány 2-vel kezdődő, kétjegyű *növekvő* szám van?**
***c)* Összesen hány kétjegyű *növekvő* szám van?**

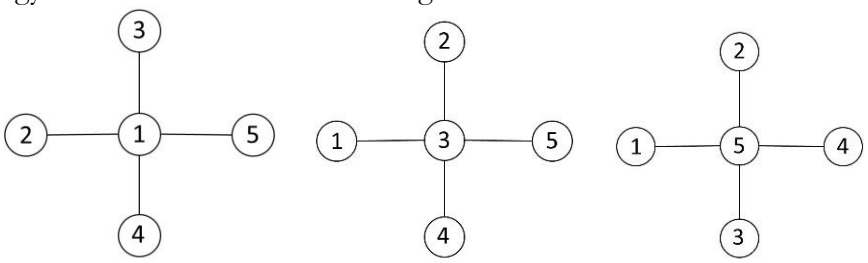
a) **12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19**
b) 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29. Tehát **7 db** ilyen szám van.
c) 1-gyel kezdődő 8 db, 2-vel kezdődő 7 db, 3-mal kezdődő (34, 35, 36, 37, 38, 39) 6 db van, és így tovább: 4-gyel kezdődő 5 db, 5-tel kezdődő 4 db, 6-tal kezdődő 3 db, 7-tel kezdődő 2 db, 8-cal kezdődő pedig 1 db. 9-cel kezdődő nincs.
Így összesen $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$ **36 db** növekvő kétjegyű szám van.

4. FELADAT



Feri beírta a körökbe 1-től 5-ig a pozitív egész számokat úgy, hogy az egy egyenes mentén lévő három körben lévő számok összege mindkét egyenes esetén ugyanannyi lett.
Hogyan tölthette ki Feri az ábrát? Keress minél több megoldást!

A középső körben szereplő szám mindkét egyenesen rajta van. Ezért a két egyenes mentén lévő számok összege = a megadott öt szám összege + a középső körben lévő szám. A megadott öt szám összege: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15. Így a középső körben csak páratlan szám lehet, azaz 1, 3 vagy 5.
Ha az 1 szerepel középen, akkor a két egyenes mentén 8-8 lesz a számok összege.
8 = 1 + 2 + 5 = 1 + 3 + 4 (csak így bontható fel a 8 a megadott számokkal)
Ha a 3 szerepel középen, akkor a két egyenes mentén 9-9 lesz a számok összege.
9 = 3 + 1 + 5 = 3 + 2 + 4
Ha az 5 szerepel középen, akkor a két egyenes mentén 10-10 lesz a számok összege.
10 = 5 + 1 + 4 = 5 + 2 + 3
Így a következő kitöltések lehetségesek:



5. FELADAT

Kockát építünk 27 darab azonos méretű szabályos dobókockából. (Egy szabályos dobókocka lapjain 1-től 6-ig szerepelnek a pöttyök úgy, hogy a szemben lévő lapokon lévő pöttyök száma összesen 7.)

***a)* Legalább hány pötty látható egy sarokba kerülő kockán lévő pöttyökből?**
***b)* Legalább hány pötty látható összesen a nagykocka felületén?**

a) 1 + 2 + 3 = **6 pötty**.
b) A nyolc csúcsban 8·6 = 48 pötty.
A lapközepeken 1 pötty, a hat lapközépen összesen 6·1 = 6 pötty.
Egy-egy él közepén 1 + 2 = 3 pötty, 12 él van, ezek közepén összesen 12·3 = 36 pötty.
Így összesen legalább 48 + 6 + 36 = **90 pötty** látható a nagykocka felületén.

Másképp: Elrendezhetjük úgy a kockákat, hogy egy lapon minden kockából 1 pötty legyen látható, ez összesen 9 pötty, hasonlóan a vele szemben lévő lapon is 9 pötty.
A másik négy lap közül két szemben lévő lapon minden élen kiskockánként 2-2, a középen 1 pötty, ez összesen 8·2 + 1 = 17 pötty, a másik két lapon 4·3 + 2·2 + 2·1 + 1 = 19 pötty.
Ez összesen 2·9 + 2·17 + 2·19 = **90 pötty**.

6. FELADAT

Dalma elkészítette a következő táblázatot, melynek összesen 33 sora van. Minden sorban egyesével csökkennek a felírt számok egészen az 1-ig, és minden sorban eggyel több szám van, mint az előző sorban.

1								
2	1							
3	2	1						
4	3	2	1					
5	4	3	2	1				
.								
.								
.								
33	32	31	30	.	.	.	2	1

a) **Írd fel, hogy mi szerepel a táblázat nyolcadik sorában!**

b) **Mennyi a táblázat tizedik sorában szereplő számok összege?**

c) **Hányszor írta le Dalma a 11-es számot az elkészített táblázatban?**

d) **Hányszor írta le az 5-ös számjegyet a táblázat elkészítése során?**

a) **8 7 6 5 4 3 2 1**

b) $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =$ **55**

c) A 11. sorban írta le először, a 33. sorban utoljára, ezért összesen **23-szor** írta le a 11-es számot.

d) Az 5. sorban írta le először az 5-ös számjegyet, utána a 14. sorig minden sorban egyszer, ez összesen 10 db 5-ös számjegy.
A 15. sortól kezdve a 24. sorig minden sorban kétszer (15, 5), ez összesen 10 sor,
azaz $10 \cdot 2 = 20$ db 5-ös számjegy.
A 25. sortól kezdve a 33. sorig minden sorban háromszor (25, 15, 5), ez összesen 9 sor,
azaz $9 \cdot 3 = 27$ db 5-ös számjegy.
Tehát összesen $10 + 20 + 27 =$ **57 db** 5-ös számjegyet írt le Dalma.
Másképp: Az 5-öt leírja 29-szer, a 15-öt 19-szer, a 25-öt pedig 9-szer,
ez összesen $29 + 19 + 9 =$ **57 db** 5-ös számjegy.

ÖSSZESEN: 37 pont

MEGOLDÁSOK

6. OSZTÁLY

1. FELADAT

60 százas + 60 tízes + 60 egyes értéke 6660.
De mennyi 2026 százas + 2026 tízes + 2026 egyes értéke?

202 600 + 20 260 + 2026 = **224 886**

2. FELADAT

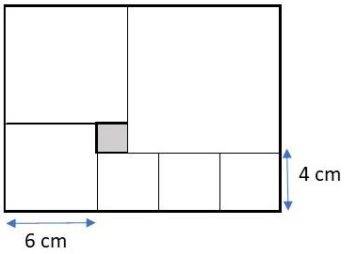
Klári leírt néhány egymást követő természetes számot, melyek közül a középső a 30, a tizedik a 33.

***a)* Hányadik szám a 30?**
***b)* Összesen hány számot írt le Klári?**
***c)* Melyik a Klári által leírt legnagyobb szám?**

a) A 30 a **hetedik** leírt szám.
b) Ha a hetedik a középső, akkor utána még 6 szám van, ezért **13 db** számot írt le Klári.
c) Mivel 30 a középső, s utána még 6 számot írt le, ezért **36** a Klári által leírt legnagyobb szám.

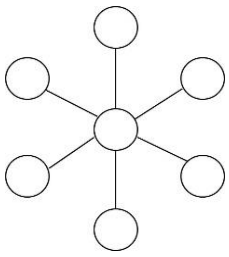
3. FELADAT

Egy téglalapot az ábra szerint hét négyzetre darabolunk.
***a)* Hányféle különböző méretű négyzet van az ábrán?**
***b)* Mekkorák a téglalap oldalai?**
***c)* Hányszor nagyobb a legnagyobb négyzet területe, mint a legkisebb (szürke) négyzet területe?**



a) **5-féle** különböző méretű négyzet van az ábrán.
b) A szürke négyzet oldala 6 – 4 = 2 cm.
A bal felső négyzet oldala 6 + 2 = 8 cm, a jobb felső négyzet oldala pedig 8 + 2 = 10 cm (vagy 3·4 – 2 = 10 cm).
Így a téglalap oldalai 6 + 8 = **14 cm** és 8 + 10 = **18 cm** (vagy 3·4 + 6 = 18 cm).
c) A szürke négyzet területe 2·2 = 4 cm^2, a legnagyobb négyzet területe 10·10 = 100 cm^2.
100 : 4 = 25, tehát a legnagyobb négyzet területe **25-ször** nagyobb.

4. FELADAT



Katinka és Balázs a mellékelt ábrán elhelyezte a körökben 1-től 7-ig a pozitív egész számokat úgy, hogy az egy egyenes mentén lévő három körben lévő számok összege mindhárom egyenes esetén ugyanannyi legyen.

***a)* Katinka a középső körbe az 1 számot írta. Hogyan helyezhette el a többi számot a körökben? Írj fel egy ilyen elhelyezést!**

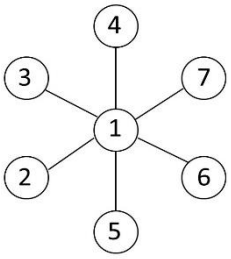
***b)* Balázs a középső körbe nem az 1 számot írta. Mit írhatott Balázs a középső körbe, és hogyan helyezhette el a többi számot? Keress több megoldást! (Két megoldás akkor különböző, ha a középső körben más szám szerepel.)**

a) A középső körben szereplő szám mindhárom egyenesen rajta van. Ezért a három egyenes mentén lévő számok összege = a megadott hét szám összege + még kétszer a középső körben lévő szám.

A megadott hét szám összege: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28.

Ha a középső körben az 1 szerepel, akkor a három egyenes mentén a számok összege (28 + 2) : 3 = 10.

10 = 1 + 2 + 7 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 (csak így bontható fel a 10 a megadott számokkal)

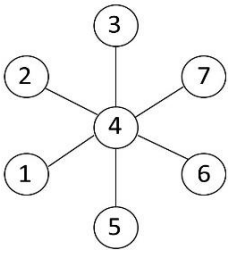


b) A középső körben szereplő szám mindhárom egyenesen van, ezért a középső körben csak olyan szám lehet, aminek a kétszeresét a 28-hoz hozzáadva hárommal osztható számot kapunk, azaz a megadott számok közül csak még a 4 vagy a 7 lehet középen.

Tehát Balázs a középső körbe a **4 vagy 7** számot írhatta.

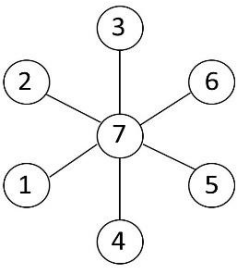
Ha a 4 szerepel középen, akkor a három egyenes mentén 12-12 lesz a számok összege.

12 = 4 + 1 + 7 = 4 + 2 + 6 = 4 + 3 +5.



Ha a 7 szerepel középen, akkor a három egyenes mentén 14-14 lesz a számok összege.

14 = 7 + 1 + 6 = 7 + 2 + 5 = 7 + 3 +4.



5. FELADAT

A Habakuk versenyen az első díj 5 pontot, a második díj 3 pontot, a harmadik díj 2 pont ér. Ezen a versenyen mindegyik díjból többet is kioszthattak.
Hány első, hány második és hány harmadik díjat oszthattak ki a versenyen, ha összesen 33 pontot gyűjtöttek a díjazottak, és minden díjból volt legalább egy? Keress minél több megoldást!

(Mivel a harmadik díj 2 pontot ér, ezért a harmadik díjért kapott pontok összértéke páros. Az összesen gyűjtött pontok száma páratlan, ezért vagy az első és a második díjak száma közül az egyik páros, a másik páratlan. Két második díj annyi pontot ér, mint 3 harmadik díj, ezért ha kettővel nő a második díjak száma, akkor 3-mal csökken a harmadik díjak száma.)
A kiosztott díjak lehetséges száma:

I. díj (db)	II. díj (db)	III. díj (db)	Összpontszám (33)
1	2	11	$1\cdot5+2\cdot3+11\cdot2$
1	4	8	$1\cdot5+4\cdot3+8\cdot2$
1	6	5	$1\cdot5+6\cdot3+5\cdot2$
1	8	2	$1\cdot5+8\cdot3+2\cdot2$
2	1	10	$2\cdot5+1\cdot3+10\cdot2$
2	3	7	$2\cdot5+3\cdot3+7\cdot2$
2	5	4	$2\cdot5+5\cdot3+4\cdot2$
2	7	1	$2\cdot5+7\cdot3+1\cdot2$
3	2	6	$3\cdot5+2\cdot3+6\cdot2$
3	4	3	$3\cdot5+4\cdot3+3\cdot2$
4	1	5	$4\cdot5+1\cdot3+5\cdot2$
4	3	2	$4\cdot5+3\cdot3+2\cdot2$
5	2	1	$5\cdot5+2\cdot3+1\cdot2$

6. FELADAT

Melyek azok a pozitív egész számok, amelyekhez ha a számjegyeit hozzáadjuk, akkor egy egyforma számjegyekből álló háromjegyű számot kapunk?
(Például a 324 egy ilyen szám, mert 324 + 3 + 2 + 4 = 333.)

Ha a szám kétjegyű, az összeg pedig háromjegyű, akkor $\overline{ab}=10a+b$, azaz $\overline{ab}+a+b=11a+2b=111$. Ez csak úgy lehet, ha $a = 9$ és $b = 6$. Ekkor a szám a 96.

Ha a szám háromjegyű, akkor $\overline{abc}=100a+10b+c$, azaz $\overline{abc}+a+b+c=101a+11b+2c$.
Ha $101a + 11b + 2c = 111$, akkor $a = 1$, $b = 0$ és $c = 5$. Ekkor a szám a 105.
Ha $101a + 11b + 2c = 222$, akkor $a = 2$ lehetne, s ekkor $11b + 2c = 20$. Ez csak úgy lehet, ha b páros, de ha $b = 0$, akkor $c = 10$, ami nem számjegy, tehát nem lehet, $b = 2$ pedig túl sok. Tehát 222 nem lehet az összeg.
Ha $101a + 11b + 2c = 333$, akkor csak $a = 3$ lehet, s ekkor $11b + c = 30$. Itt szintén b csak páros lehet, és 3-nál kisebb. Ha $b = 0$, akkor $c = 15$, ami nem számjegy. Ha $b = 2$, akkor $c = 4$. Ekkor a szám a 324.
Ha $101a + 11b + 2c = 444$, akkor csak $a = 4$ lehet, s ekkor $11b + c = 40$. Itt szintén b csak páros lehet, és 4-nél kisebb. Ha $b = 0$, akkor $c = 20$, ami nem számjegy. Ha $b = 2$, akkor $c = 9$. Ekkor a szám a 429.
Hasonlóan kapjuk a további megfelelő számokat: 543, 648, 762, 867, 981.
Tehát a megfelelő számok: **96, 105, 324, 429, 543, 648, 762, 867, 981.**

ÖSSZESEN: 37 pont